

## **Análisis de la resolución de problemas de hidrostática en el bachillerato**

**Nehemías Moreno Martínez<sup>1</sup>, Manuel Francisco Aguilar Tamayo<sup>2</sup>, Rita Guadalupe Angulo Villanueva<sup>1</sup> y Juan Carlos Ramírez Maciel<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ciencias, México.  
<sup>2</sup>Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Instituto de Ciencias de la Educación, México. <sup>3</sup>Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. Emails: [nehemias.moreno@live.com](mailto:nehemias.moreno@live.com), [rodriguezcenobia@gmail.com](mailto:rodriguezcenobia@gmail.com), [mafata@uaem.mx](mailto:mafata@uaem.mx), [jcrmaci@ yahoo.com.mx](mailto:jcrmaci@ yahoo.com.mx)

**Resumen:** En esta investigación se presenta un análisis de la resolución de un problema de física que involucra el fenómeno de flotación de un cuerpo. El proceso de resolución llevado a cabo por un grupo de estudiantes y profesores de bachillerato es representado mediante el uso de la técnica del Mapa Conceptual Híbrido e interpretado a la luz del Enfoque Ontosemiótico. Se observó que los estudiantes desarrollaron modelos orientados por conceptos perceptuales y cotidianos prescindiendo del referente teórico newtoniano y de la realización de procesos cognitivos como el de idealización, esquematización, materialización, entre otros, que apoyan el éxito de la resolución llevada a cabo por los docentes. El texto que describe el problema deberá seguir una estrategia didáctica y no motivar el empleo del conocimiento perceptual.

**Palabras clave:** mapas conceptuales, física, procesos cognoscitivos, concepciones del estudiante, resolución de problemas.

**Title:** Analysis of the resolution of hydrostatic problems in high school

**Abstract:** This research presents an analysis of the resolution of a physics problem that involves the phenomenon of body flotation. The resolution process carried out by a group of students and professors of high school is represented by the use of the technique of Hybrid Conceptual Maps and interpreted in the light of the Ontosemiotic Approach. It was observed that students develop models guided by perceptual and everyday concepts, regardless of the Newtonian theoretical reference and the realization of cognitive processes such as idealization, schematization, materialization, among others, which support the success of the resolution carried out by the teachers. The text describing the problem should follow a didactic strategy and not motivate the use of perceptual knowledge.

**Keywords:** conceptual maps, physics, cognitive processes, student conceptions, problem solving.

### **Introducción**

La resolución de problemas es una estrategia utilizada en la enseñanza de la física escolar. Como recurso didáctico, la formulación de problemas y su resolución buscan acercar a los alumnos a los conceptos del conocimiento científico y, frecuentemente, contextualizarlos en escenarios

de lo cotidiano. Además de ser un recurso didáctico, la resolución de problemas se ha utilizado como una estrategia de evaluación de los aprendizajes.

Algunos investigadores han señalado que los estudiantes presentan dificultades de aprendizaje cuando resuelven problemas. En particular, sobre la resolución de problemas de hidrostática, algunos estudios (Mazzitelli, Maturano, Núñez y Pereira, 2006) señalan que los alumnos de nivel básico (estudiantes en edades comprendidas entre 12 y 14 años) tienen dificultades conceptuales y procedimentales. En lo conceptual, los alumnos no diferencian los conceptos y desconocen las relaciones entre ellos. En el aspecto procedimental los alumnos tienen dificultades en anticipar resultados y enunciar hipótesis.

En otros estudios (García y Jiménez, 1996; Loverude, Kautz and Heron, 2003; Slisko y García, 2010) se encontró que los alumnos consideran que la fuerza de empuje o boyante y las condiciones de flotabilidad sólo tienen relación con el peso del cuerpo, lo que revela también una comprensión limitada de la relación entre conceptos y los sistemas de explicación de la hidrostática. En otras investigaciones (Barral, 1990; Melo, Sánchez, Cañada y Martínez, 2016) se han reportado distintas ideas alternativas que tienen algunos estudiantes de bachillerato las cuales tienen que ver con la relación directa entre la masa de un cuerpo con el empuje, la disminución del peso de los cuerpos sumergidos, la falta de reflexión sobre las fuerzas y los cuerpos que interactúan en la flotación o sobre la necesidad de que exista una fuerza de empuje para la flotación de los cuerpos, por mencionar algunas.

Estas investigaciones muestran algunas de las dificultades que tienen los alumnos para el aprendizaje de los conceptos de hidrostática y ponen de manifiesto la relevancia de investigar el aprendizaje bajo distintos mecanismos, en nuestro caso, a través de la representación gráfica de la resolución de problemas. La complejidad de la actividad físico-matemática necesaria para resolver problemas en los que está involucrada la flotación de los cuerpos está presente de manera implícita en las investigaciones descritas anteriormente, pero en ellas no hay una caracterización exhaustiva de dicha complejidad. Dicha complejidad no sólo atañe a los conceptos de la hidrostática como el de fuerza boyante descrita a través del principio de Arquímedes sino también nociones físicas previas como el de proceso cuasiestático (entendido como una sucesión continua de estados de equilibrio cuando un sistema cambia de un estado a otro, esta idea permite tomar en cuenta solamente a los estados inicial y final) o las leyes de Newton que involucran conceptos como el de marco de referencia inercial y equilibrio de fuerzas (Resnick, Halliday y Krane, 1999).

El presente trabajo utiliza el mapa conceptual, concretamente el mapa conceptual híbrido (Aguilar, 2006), para describir las relaciones conceptuales y las estrategias procedimentales que los estudiantes y profesores utilizan en la resolución de un problema de hidrostática. Mediante el mapa conceptual híbrido, que es una técnica que permite representar, además de los conceptos, la secuencia de acciones, se describe de manera gráfica la resolución de problemas físicos. Su estudio ayuda

también a comprender las dificultades que los estudiantes no logran superar para dar una solución correcta a los problemas planteados.

El mapa conceptual cumple una función analítica en el sentido de que la técnica es producto y productora de una representación de la organización de objetos físico-matemáticos que intervienen en la resolución de un problema físico, el cual se constituye como objeto de investigación interpretable desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS a partir de ahora) (Godino, Batanero y Font, 2007). La importancia del componente matemático de los objetos físico-matemáticos involucrados en la resolución de un problema físico nos ha llevado a adaptar y utilizar un marco teórico y metodológico que proviene de la Didáctica de la Matemática, el EOS. Este enfoque se está desarrollando y utilizando principalmente como referente teórico para la investigación en educación matemática y, recientemente, algunos investigadores lo han aplicado a la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Física (Badillo, Font y Azcárate, 2005; Moreno, Font y Ramírez, 2016).

### **Objetivo de la investigación**

Las producciones ostensivas que realizan los sujetos, novatos o expertos, al resolver problemas de física son el resultado de una actividad físico-matemática donde se usan conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos, que ponen en juego procesos como el de materialización, esquematización, tratamiento físico-matemático, idealización/abstracción, entre otros.

Este artículo tiene como objetivo analizar las estrategias y las concepciones de un grupo de estudiantes de bachillerato cuando resuelven un problema físico relacionado con la flotación de un cuerpo. Las concepciones y estrategias de los estudiantes fueron comparadas con las concepciones y estrategias seguidas por un grupo de profesores que resolvieron el mismo problema de flotación, con la intención de comprender las características del proceso de resolución realizado por los estudiantes, así como también las razones por las cuales los estudiantes no llegan a una solución adecuada del problema. En otras palabras, se busca identificar aquellos elementos sobre los que se apoyan los docentes expertos, que no son considerados por estudiantes, que les lleva a la solución correcta del problema.

Cabe señalar que el mapa conceptual ha sido empleado en diversas disciplinas y con distintos propósitos. Por ejemplo, ha sido empleado para analizar las concepciones de las personas acerca de un tema, como herramienta de enseñanza y de aprendizaje, entre otras aplicaciones. Sin embargo, el mapa conceptual no ha sido empleado para describir y analizar la práctica de resolución de problemas de la física escolar. En el presente trabajo se emplea el EOS para analizar de manera gráfica la práctica de resolución de un problema de hidrostática tomando en cuenta a los objetos físico-matemáticos que intervienen en dicha práctica y la organización de estos objetos representada en el mapa conceptual.

## Marco teórico

### *El Enfoque Ontosemiótico en la física escolar*

Desde la perspectiva del EOS (Godino, Batanero y Font, 2007; Moreno, Font y Ramírez, 2016), en la resolución de una situación-problema de la física escolar participan y se relacionan diferentes objetos físico-matemáticos: (a) lenguaje matemático, mediante símbolos, expresiones algebraicas, entre otros; (b) conceptos, que pertenecen a la física (e.g. fuerza, equilibrio, marco de referencia, entre otros), o a las matemáticas (e.g. vector, componente, escalar, por mencionar algunos); (c) propiedades, que pueden ser físicas (e.g. principio de Arquímedes, leyes de Newton, entre otras) y matemáticas (e.g. suma vectorial, propiedades geométricas y algebraicas); (d) procedimiento, a través de la serie de pasos involucrados en las operaciones algebraicas y (e) argumentos, los cuales son proposiciones empleadas para justificar el procedimiento empleado. En la Figura 1 se ilustra la manera en que dichos objetos físico-matemáticos se organizan.

De acuerdo con la adaptación del EOS a la física escolar, durante el proceso de resolución de la situación-problema, el sujeto organiza a los objetos (incisos a-e) formando una "configuración de objetos físico-matemáticos", la cual da cuenta de la comprensión del sujeto. Esta configuración puede tener distintos orígenes y alcances. Por ejemplo, estas relaciones pueden ser establecidas por un estudiante en el proceso de resolución de un problema, en ese sentido, se trata de una configuración *personal* o *cognitiva*. Cuando la configuración de objetos es realizada por un experto, se considera que es la producción de un conocimiento institucional, ya que responde a los conceptos y procedimientos del campo o disciplina, y por ello se le llama *institucional*, pues responde a métodos y procedimientos de un campo de conocimiento y no a procesos idiosincráticos o inexpertos que caracterizan las configuraciones de un estudiante en proceso de adquisición de conocimiento experto y/o comprensión de los conceptos científicos.

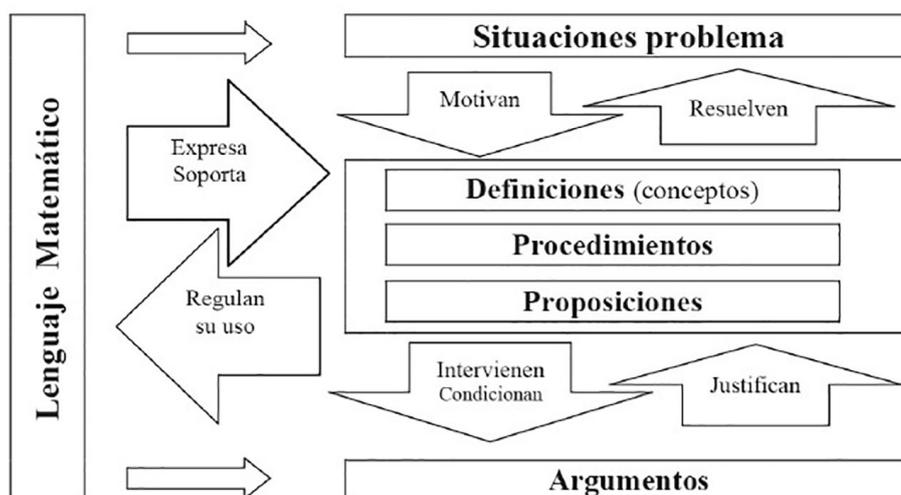


Figura 1.-Configuración de objetos primarios (Rojas, 2015).

Por otra parte, el EOS también señala que, durante el proceso de resolución del problema, el sujeto también lleva a cabo ciertos procesos cognitivos como el de idealización, generalización, materialización, significación, argumentación, por mencionar algunos. Por ejemplo, en el caso de una situación-problema de flotación, el proceso de idealización lleva al sujeto a considerar al cuerpo flotante (bote, iceberg, barco, por mencionar algunos) como una partícula sin dimensiones físicas, y mediante el proceso de generalización dicha situación-problema es resuelta de la misma manera en que se resuelve el conjunto de situaciones-problema de flotación, en el marco del principio de Arquímedes y la teoría newtoniana.

El proceso de materialización le permite al sujeto ir de lo inmaterial, ya sea en un nivel puramente mental involucrando objetos no ostensivos o bien en un nivel perceptible involucrando objetos ostensivos, a lo material. Por ejemplo, un sujeto puede ir, apoyado en las leyes de Newton, de la observación del bote en estado de reposo sobre el agua a la escritura de una expresión algebraica que representa el estado de equilibrio de fuerzas.

Por otra parte, el proceso de significación permite al sujeto establecer relaciones entre los objetos físico-matemáticos, dichas relaciones son conocidas en el EOS como "funciones semióticas" (Font, Godino y D'Amore 2007). Por ejemplo, el sujeto podría establecer una función semiótica para relacionar la expresión algebraica  $\sum_i \vec{f}_i = 0$  con el concepto de equilibrio mecánico de un cuerpo. Cabe señalar que el significado en el EOS también es entendido como un "sistema de prácticas", el cual se puede separar en diferentes clases de prácticas más específicas pero cuya articulación conduce a la resolución de la situación-problema y a la significación del concepto o noción física abordada. La interpretación ontosemiótica del mapa conceptual híbrido que se presenta en este trabajo se apoya únicamente en la noción de significado en términos de funciones semióticas y no en el de sistema de prácticas.

#### *Los mapas conceptuales*

El mapa conceptual es una representación gráfica de una red de conceptos ordenados jerárquicamente, donde los conceptos están interconectados mediante ligas o líneas y a través de "frases de enlace", que al ser leídas producen una proposición o unidad semántica (Cañas et al., 2000). En su conjunto, estas relaciones son una red de estructuras proposicionales, por lo que el significado de una proposición no sólo se encuentra en la relación entre concepto y concepto, sino que también depende de las relaciones que a su vez estos conceptos tienen con otros conceptos. La jerarquía de un mapa conceptual tiene dos formas de expresarse; en su organización espacial, es decir, en su organización y distribución, el concepto de mayor jerarquía y generalidad ocupará lugares más altos del esquema. La otra forma de expresión de la jerarquía, depende de la subordinación que se establezca mediante la frase de enlace, buscando en la medida de lo posible que coincidan con la organización espacial.

Los mapas conceptuales tienen muchas funciones en el campo de la enseñanza y el aprendizaje (González, 1992), pueden ser elaborados a partir de un texto, como apuntes de clase, para la preparación de un tema,

como recurso de evaluación, entre otros. También se han utilizado como parte de los métodos de análisis de datos cualitativos (Aguilar, 2015).

La comunidad de usuarios, educadores, desarrolladores e investigadores ha diversificado su uso. Algunos cambios se han dado en la técnica de representación, como es el caso de utilizar algunos elementos de otros sistemas de representación en conjunto con la técnica del mapa conceptual. Nos referimos a los "mapas conceptuales híbridos" que resultan de la articulación de la red jerárquica de conceptos con la representación gráfica de secuencias y procesos característica de un diagrama de flujo.

Como parte del análisis de los datos, en la investigación que se describe en este trabajo se utilizó el mapa conceptual híbrido para representar de manera gráfica la resolución de una situación-problema de física, el caso de la flotación de un cuerpo.

#### *Una mirada al mapa conceptual desde el Enfoque Ontosemiótico*

Desde la perspectiva del EOS, el mapa conceptual híbrido puede ser interpretado como una representación gráfica de la configuración de objetos físico-matemáticos que participa en la resolución de una situación-problema (Moreno, 2017). El mapa conceptual híbrido permite representar: (a) el *lenguaje*, empleado por el sujeto para comunicar la solución del problema, se considera en el mapa conceptual híbrido mediante conceptos representados por nombres o símbolos, propiedades mediante expresiones algebraicas, procedimiento a través del tratamiento algebraico, entre otros; (b) los *conceptos*, algunos de tipo material y otros más abstractos que pertenecen a la física o a las matemáticas, son representados de manera jerárquica de acuerdo a la generalidad asignada por el sujeto en el proceso de resolución; (c) las *propiedades*, tomadas en cuenta por el sujeto para establecer relaciones de dependencia, por ejemplo, el principio de Arquímedes relaciona el concepto de fuerza de empuje de un fluido con el concepto de peso que se asocia al fluido desalojado por el cuerpo sumergido; (d) el *procedimiento*, que tiene que ver con la secuencia de operaciones físico-matemáticas, se representa a través de la componente procedimental o componente del diagrama de flujo en el mapa conceptual híbrido, y (e) los *argumentos*, empleados para justificar el procedimiento empleado, pueden ser observados mediante las diferentes rutas de lectura.

La representación de la configuración de objetos físico-matemáticos mediante mapas conceptuales híbridos también da cuenta de la realización de algunos procesos cognitivos en la resolución del problema, por ejemplo, se puede advertir el proceso de idealización cuando en el mapa conceptual híbrido aparece el concepto de partícula. Por otro lado, el proceso de significación en términos de la función semiótica puede observarse en el mapa, por ejemplo, cuando se conectan mediante una palabra de enlace el concepto de partícula y el concepto de cuerpo (automóvil, proyectil, pelota u otro cuerpo bajo estudio), así mismo, la red de conceptos que se muestra en el mapa conceptual da cuenta del establecimiento de una trama de funciones semióticas en el que el significado de un concepto en particular (en este trabajo, la flotación de los cuerpos) depende de los demás conceptos que se encuentran en la red así como de sus relaciones.

Por otra parte, en el presente trabajo llamaremos mapa conceptual híbrido personal o cognitivo a aquel mapa que ha sido elaborado a partir de las producciones de un estudiante inexperto (también se incluye el caso donde el mapa es elaborado por el estudiante), y en ese mismo sentido, llamaremos mapa conceptual institucional o epistémico a aquel que fue obtenido a partir de la producción de un experto o elaborado por el propio docente. El mapa conceptual híbrido fue empleado como una herramienta para observar las relaciones significativas conceptuales establecidas por parte de los estudiantes y los docentes. Este criterio es similar al empleado por Şebnem (2009) para analizar la habilidad para aplicar el conocimiento relacionado con la noción de impulso y momento, en diferentes contextos, de un grupo de estudiantes.

En este sentido, un concepto en particular en el mapa conceptual híbrido de un estudiante podría ocupar un lugar distinto en el mapa conceptual híbrido de un docente experto. En éste último, el concepto podría estar conectado a otro concepto o articulado a otros conceptos dando lugar a otras proposiciones y por lo tanto a nuevos significados.

### **Metodología**

La estrategia de indagación empleada en este trabajo fue un estudio de caso debido a que se tenía el interés de describir e interpretar la resolución de un problema de la física escolar relacionado con la flotación de los cuerpos por parte de un grupo de estudiantes y docentes. El estudio de caso fue descriptivo, ya que se presentan con detalle las producciones de los sujetos investigados y la organización de los diferentes objetos físico-matemáticos a través de los mapas conceptuales híbridos obtenidos de dichas producciones.

En la investigación se lleva a cabo un estudio cualitativo, ya que se realiza un estudio exploratorio en el que se observa el tipo de solución a la situación-problema propuesta. También es interpretativo en el sentido de que los datos recabados a partir de las producciones de los sujetos investigados son empleados para desarrollar categorías conceptuales. Dichas categorías se corresponden con los objetos físico-matemáticos primarios señalados por el EOS, los cuales participan en la resolución de problemas físico-matemáticos. A partir de estas categorías y sus relaciones se elaboraron los mapas conceptuales híbridos. Posteriormente se realizó la comparación entre el mapa conceptual híbrido representativo obtenido de las producciones del grupo de docentes y los mapas conceptuales híbridos correspondientes a cada una de las producciones de los estudiantes.

#### *Participantes*

Los participantes fueron un grupo de tres alumnos y dos docentes de nivel medio superior. Los tres alumnos A, B y C de 17 años, cursaban el tercer año en la Escuela de Técnicos Laboratoristas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México. Estos alumnos recién habían participado y ganado el segundo lugar de un concurso organizado por la academia de ciencias de Morelos. Se trata del concurso de aparatos y experimentos de Física en el que dichos estudiantes realizaron diversas actividades tales como la de investigación, diseño y la propuesta de un

dispositivo experimental innovador para la medición de presión hidrostática cuyo funcionamiento estaba basado en el principio de Arquímedes.

Por otro lado, los docentes fueron elegidos tomando en cuenta que han impartido a los estudiantes investigados las asignaturas de matemáticas y física en algún momento de su formación académica en el bachillerato. Cabe señalar que los profesores también imparten dichas asignaturas en los primeros años del nivel universitario.

#### *Diseño y recolección de datos*

La situación-problema de hidrostática que se propuso a los estudiantes y a los docentes fue "Un bote de hojalata tiene un volumen total de  $1200\text{cm}^3$  y una masa de 130g. ¿Cuántos gramos de perdigones de plomo podría contener sin hundirse en el agua? La densidad del plomo es  $11.4\text{g/cm}^3$ " (Resnick et al., 1999). Según los autores del texto, la resolución permitiría evidenciar la comprensión de los principios de la hidrostática.

En la resolución de dicha situación-problema los sujetos analizados realizaron una actividad físico-matemática que consistía en la lectura del texto donde se enuncia el problema y en la producción escrita con el proceso de resolución del problema y la justificación oral de éste, la cual es el resultado de una serie de acciones sujetas a reglas tanto físicas como matemáticas. La recolección de la información se llevó a cabo en dos etapas. En la primera etapa se propuso la resolución de la situación-problema a los docentes, los cuales resolvieron el problema de manera individual en un lapso de veinte minutos aproximadamente. A cada profesor se le dio la oportunidad de resolver el problema previamente antes de exponer el proceso de solución al investigador. Los docentes explicaron cada paso y señalaron los argumentos justificativos y los supuestos que tomaron en cuenta en la solución del problema mientras escribían sobre el papel el tratamiento matemático realizado. En la segunda etapa de la recolección de datos se planteó a los estudiantes la resolución de la situación-problema. Al igual que los docentes, los estudiantes resolvieron el problema de manera individual en un tiempo promedio de cuarenta minutos con acceso a libros de texto proporcionados. Se realizaron grabaciones de audio tanto a docentes como a estudiantes conforme explicaban sus soluciones.

#### *Elaboración de los mapas conceptuales híbridos*

Una vez obtenidas las producciones (registro de audio y escritura) de los docentes y los alumnos, el investigador elaboró para cada producción una tabla en donde clasificó a los elementos de las producciones según si éstos pertenecían a alguna de las categorías de objetos físico-matemáticos señalados por el EOS (categorías de lenguaje, conceptos, propiedades, argumentos y procedimiento).

Cabe señalar que las tablas correspondientes a las producciones de los docentes fueron muy similares entre sí (a excepción de las diferencias en la notación empleada), de manera que sólo se seleccionó la producción de uno de los docentes y se elaboró el mapa conceptual híbrido epistémico correspondiente. Por otro lado, las tablas obtenidas de las producciones de los tres estudiantes fueron significativamente diferentes y se elaboraron todos los mapas conceptuales híbridos cognitivos correspondientes.

La elaboración de los mapas conceptuales híbridos se inicia con el objeto físico-matemático de "situación-problema", pues a partir de éste se incorporan aquellos conceptos significativos que muestran la comprensión del texto donde se describe el problema, y posteriormente, se agregan otros objetos de mayor complejidad que se refieren a las propiedades, procedimiento y argumentos empleados por el sujeto en la resolución del problema. Todos estos objetos fueron reconstruidos a partir del registro escrito y de la información obtenida de las grabaciones de audio. Mucha información de las grabaciones de audio sirvió de apoyo para la reconstrucción de las propiedades y los argumentos justificativos, complementando de esta manera a la información del registro escrito.

En la última parte del tratamiento de los datos se realizó la comparación entre el mapa conceptual epistémico y los mapas conceptuales cognitivos de los estudiantes. Para esto se identificaron los conceptos que se encontraban presentes en los mapas conceptuales cognitivos y ausentes en los mapas conceptuales epistémicos y viceversa; también se identificaron los conceptos presentes en ambos tipos de mapas y la articulación que guardaban con otros conceptos. Se prestó atención al lenguaje empleado para comunicar la solución y también se analizaron las diferentes rutas de lectura.

Las diferencias o semejanzas entre los mapas conceptuales permitieron tener un acercamiento a la resolución del problema llevado a cabo por los docentes y los estudiantes investigados, a las concepciones de los sujetos sobre la flotación de los cuerpos, así como también a aquellos aspectos que favorecen el éxito de los expertos docentes los cuales no son tomados en cuenta por los estudiantes.

## Resultados

### El mapa conceptual híbrido epistémico

En la Figura 2 se muestra la producción de uno de los docentes y la transcripción (texto en negritas enumerado del 1 al 6) del discurso oral que fue grabado en audio.

(1) Según el texto, se puede imaginar a los perdigones, con una masa máxima u óptima "m\*" y densidad  $\rho=11.4g/cm^3$ , y un bote de masa "m=130g", el cual se encuentra a punto de hundirse en el agua [realiza representación pictórica de dichos objetos]

(2) Puede considerarse al bote y a los perdigones como una partícula de masa "m+m\*", sobre la que actúan... [dibuja eje vertical "y+"], la fuerza de empuje "E" del agua y la fuerza de gravedad "P", es decir, su peso [dibuja dos flechas con la misma dirección pero de sentido opuesto, para representar a dichas fuerzas].

(3) Desde un marco de referencia situado en la partícula, el equilibrio de la partícula puede expresarse mediante la segunda ley de Newton igualada a cero

(4) Sólo hay que recordar que la magnitud de la fuerza de empuje es igual al peso del volumen de agua desplazado  $\rho_a V g$ , es decir, el volumen  $V=1200cm^3$  del bote a punto de sumergirse

(5) La partícula está en equilibrio, por lo que el empuje y el peso son de igual magnitud pero de sentido opuesto, de manera que [escribe expresiones algebraicas]

(6) hee, lo que sigue sólo es algebra, sólo operaciones para despejar m\* que es la masa de perdigones que se solicita

Representación "A"

$\sum F_i = 0$   
 $E - P = 0$   
 $\rho_a V g - m g = 0$   
 $\rho_a V g - (m^* + m_b) g = 0$   
 $\rho_a V - m^* - m_b = 0$   
 $\rho_a V - m_b = m^*$   
 $\rho_a = 1g/cm^3$   
 $m^* = (1g/cm^3)(1,200 cm^3) - 130g$   
 $m^* = 1,200g - 130g$   
 $m^* = 1,070g$

Figura 2.- Solución de uno de los docentes al problema del bote.

En la figura se observa la representación pictórica del problema que  $y^+$  ilustra a los perdigones en el interior del bote que se encuentra flotando sobre el agua (ver representación A en la Figura 2). También se observa en dicha representación un marco de referencia (eje en la Representación A) desde donde se describe la flotación del bote, y junto al dibujo se muestra el tratamiento físico-matemático realizado, Figura 2. A partir de dicha producción se elaboró la Tabla 1 donde se muestran clasificados, según las categorías señaladas por el EOS, los objetos físico-matemáticos empleados por el docente en la resolución del problema. A partir de dicha Tabla 1, y apoyado en los elementos de la categoría de lenguaje, se elaboró el mapa conceptual híbrido epistémico correspondiente, ver la Figura 3. Cabe señalar que la representación pictórica de la situación-problema (Representación A de la Figura 2), si bien, no fue empleada en la elaboración de mapa conceptual híbrido, sin embargo, apoya a la comprensión de éste.

Categoría	Objetos físico-matemáticos
lenguaje	Símbolos: $\rho_a$ , $E$ , $m$ , $m^*$ , $m_b$ , $V$ , $g$ y palabras empleadas para representar conceptos. Expresiones algebraicas: $E = \rho_a Vg$ , $\rho_a Vg - mg = 0$ , $P = mg$ y $m = m^* + m_b$ Representación pictórica de la situación-problema (Representación A en la Figura 2)
conceptos	Material: agua, perdigones y bote Físico-matemáticos: densidad, fuerza de empuje, masa, partícula, volumen, peso, marco de referencia, equilibrio mecánico
propiedades	(a) Leyes de Newton, (3) en la Figura 2 (b) Principio de Arquímedes, (4) en la Figura 2 (c) Equilibrio mecánico, (5) en la Figura 2
procedimiento	(i) Se parte de la situación-problema (ii) Se identifica qué sujetos participan en la situación-problema participan perdigones, bote y agua, (1) en la Figura 2. (iii) Se considera al bote y a todos los perdigones que puede contener el bote como una partícula, (2) en la Figura 2. (iv) Se determina la fuerza de empuje que ejerce el agua sobre la partícula (bote-perdigones) tomando en cuenta el principio de Arquímedes, (4) en la Figura 2. (v) Se emplean las leyes de Newton y se establece la condición de equilibrio entre la fuerza de empuje y el peso de la partícula, pero de sentido opuesto, (2), (3) y (5) en la Figura 2. (vi) A través de una serie de despejes en la expresión algebraica que representa el equilibrio mecánico de la partícula, se obtiene la masa $m^*$ de los perdigones que se solicita, (6) en la Figura 2.
argumentos	(i) La resolución del problema implica considerar agua, perdigones y bote (ii) El agua de densidad $\rho_a$ ejerce fuerza de empuje sobre la partícula (iii) Los perdigones y el bote son considerados como partícula (iv) Marco de referencia situado en la partícula (v) Los perdigones de densidad $\rho$ tienen masa máxima $m^*$ (vi) La partícula tiene masa $m = m^* + m_b$ y peso $P$ (vii) La partícula se encuentra en equilibrio mecánico expresada por $\rho_a Vg - mg = 0$ Tesis: La masa máxima de perdigones es $m^* = 1070g$

Tabla 1.- Clasificación en las categorías del EOS de los Objetos físico-matemáticos empleados por el docente.

Los conceptos y expresiones algebraicas se presentan encerrados en recuadros y enumerados del 1 al 21 para facilitar su explicación, de manera que para hacer referencia a cierto concepto en el mapa conceptual se señalara el número correspondiente.

La construcción del mapa conceptual híbrido, ver la Figura 3, sigue como eje principal la categoría de procedimiento, por ejemplo, los conceptos 1, 2, 12 y 13 de la Figura 3 son tomados en cuenta debido a (i) e (ii) de la categoría de procedimiento y la articulación de dichos conceptos a su vez representa (i) de la categoría de argumentos. El concepto 3 se conecta al concepto 2 en la Figura 3 debido al empleo de la propiedad (b) en la etapa (iv) de la categoría de procedimiento.

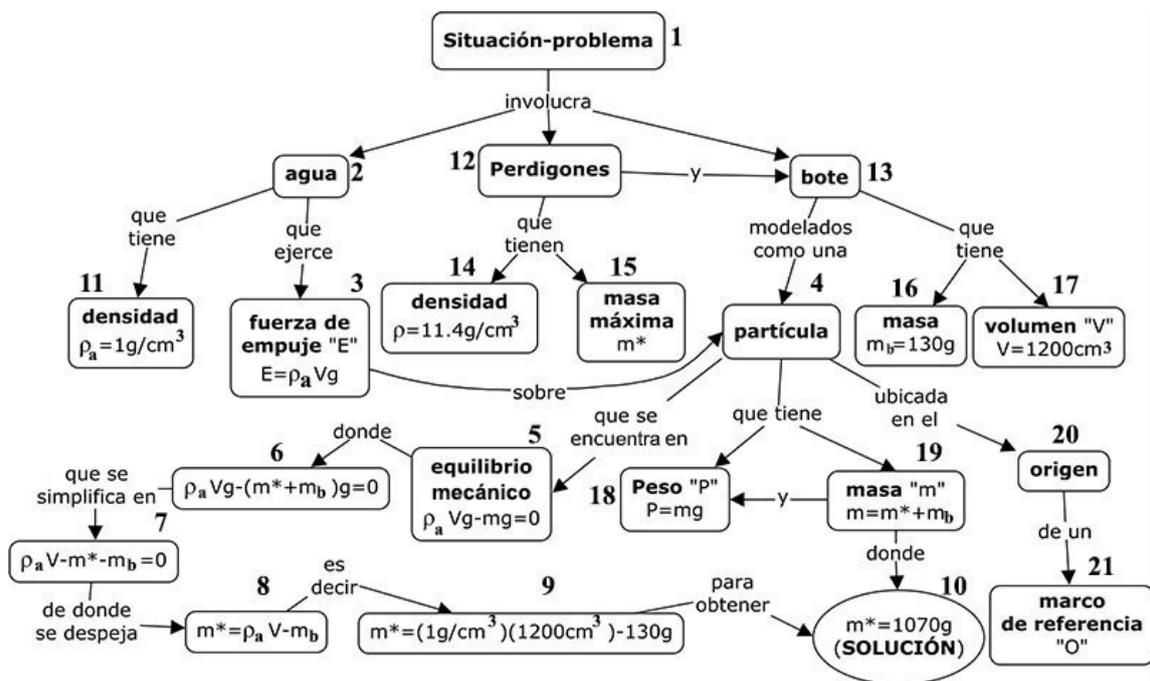


Figura 3.- El mapa conceptual híbrido epistémico del problema del bote.

Por otra parte, el concepto 5 se conecta a los conceptos 3 y 4 de la Figura 3 debido a (v) del procedimiento. Para apoyar esta etapa del procedimiento, el docente conecta distintos conceptos a través de los argumentos enumerados del (iii) al (vii) y del empleo de (c) de la categoría de propiedades. Finalmente, en la etapa (vi) del procedimiento, el docente lleva a cabo el tratamiento físico-matemático (expresiones algebraicas 6 a 10 en la Figura 3) que conduce a la solución de la situación-problema, ver 10 en la Figura 3, ésta última es la componente del diagrama de flujo del mapa conceptual híbrido.

Así mismo, el docente lleva a cabo procesos cognitivos como el de idealización, generalización, materialización, significación, argumentación y tratamiento matemático. El proceso de idealización le permitió considerar el sistema bote-perdigones como una sola partícula sobre la cual actúan la fuerza de empuje o boyante y la fuerza gravitacional (conceptos 3 y 18) y considerar también la masa total de dichos cuerpos concentrada en dicho punto. Cabe destacar que, en el discurso del profesor, el concepto de peso

(18) aparece subordinado al concepto de partícula (4) mediante la proposición "partícula que tiene peso", como si se tratase de alguna propiedad como la masa (19). Este hecho no afecta a la solución del problema, sin embargo, resulta curioso si se piensa que es la tierra la que por medio del campo gravitacional aplica una fuerza o peso sobre la partícula bote-perdigones, tal y como ocurre con la fuerza de empuje que el agua ejerce sobre dicha partícula, ruta de lectura (2), (3) y (4) en el mapa de la Figura 3.

Mediante el proceso de esquematización el docente elaboró una representación, ver A en la Figura 2, que tomaba en cuenta la acción de las fuerzas (representadas mediante flechas) sobre la partícula. El esquema permite observar la dirección y el sentido de acción de las fuerzas y deja ver la disposición espacial de los cuerpos que interactúan. El docente también realizó el proceso de materialización que le condujo a encontrar la capacidad de carga del bote. Mediante dicho proceso el docente materializa una masa variable "m", ver conceptos (18) y (19), al sistema bote-perdigones y también materializa un proceso cuasiestático de equilibrio de fuerzas (5) que inicia cuando el bote flota sin perdigones y que termina cuando tiene la carga máxima de perdigones  $m^*$ .

También realiza el proceso de significación al establecer una trama de funciones semióticas a través del conjunto de rutas de lectura, al representar mediante símbolos y expresiones algebraicas algunas propiedades como la densidad, la masa, el equilibrio mecánico, entre otros. Por otra parte, el docente realiza el proceso de argumentación al enunciar un conjunto de proposiciones que justifican el procedimiento empleado. Mediante la ruta de lectura conformada por los objetos enumerados del (5) al (9) del mapa conceptual de la Figura 3 también se observa la realización del proceso de tratamiento matemático que conduce a la solución del problema (10).

#### *Los mapas conceptuales híbridos cognitivos*

*Caso A, solución correcta.* En la Figura 4 se ilustra la producción del estudiante A, en la que logra obtener la solución correcta del problema siguiendo un procedimiento distinto al del profesor. A partir de la producción escrita de la Figura 4 y el discurso oral del alumno se elaboró el mapa conceptual híbrido cognitivo que se muestra en la Figura 5. Mediante la lectura del problema, el estudiante identifica al agua (2), al bote (6) y a los perdigones de plomo (17) como los cuerpos participantes, luego atribuye propiedades como densidad (23) al agua; masa (24), peso (7), densidad (10) y volumen (25) al bote; y peso (18) a los perdigones de plomo.

Sin embargo, a diferencia del profesor, el alumno empieza a realizar una serie de operaciones matemáticas al sustituir los datos que proporciona el texto del problema en la fórmula de la densidad (10) y peso del bote (7), y en la fuerza boyante (3). Este patrón de resolución ha sido señalado en muchos estudios de física educativa, esencialmente, el estudiante escribe la ecuación y luego asocia cada término en la ecuación con un valor del problema, y si hay incógnitas adicionales, el alumno se mueve hacia la siguiente ecuación (Becerra-Labra, Gras-Martí y Martínez-Torregrosa, 2011; Hsu, Brewster, Foster y Harper, 2004).

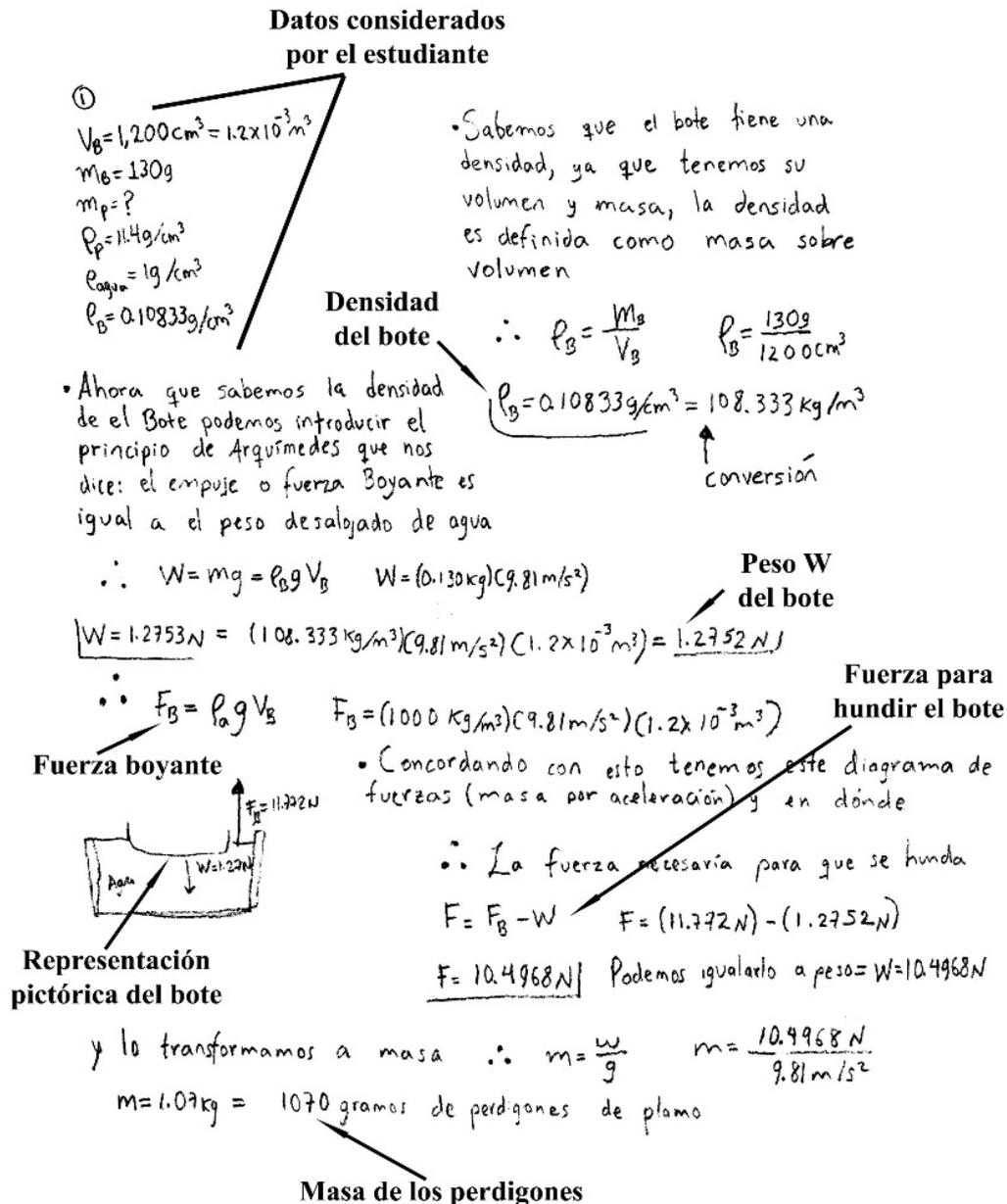


Figura 4.- Solución del estudiante A al problema de la flotación del bote.

Posteriormente introduce el concepto de "fuerza necesaria para hundir el bote" (14), cuya magnitud está determinada por la diferencia entre la fuerza de empuje y el peso del bote,  $F = F_B - W$  (conceptos 14, 15 y 16). Finalmente iguala la fuerza "F" al peso de los perdigones W (conceptos 16 y 18, emplea la misma literal "W" que para el peso del bote), lo cual le permite determinar la masa de los perdigones y resolver el problema (conceptos 18 a 22).

El estudiante no realiza el proceso de esquematización de manera adecuada y no se apoya en el concepto de marco de referencia para describir el fenómeno de flotación. Sólo elabora una representación pictórica del fenómeno señalando mediante flechas a las fuerzas que participan en el fenómeno, omitiendo aspectos como el punto de aplicación de la fuerza y la convención de signos de acuerdo al sentido de las fuerzas, Figura 4.

De igual manera, el alumno no realiza el proceso de idealización, pues no interpreta al sistema bote-perdigones como partícula, sin embargo, señala la acción de la masa de agua sobre el bote a través de la fuerza boyante. Tampoco realiza el proceso de materialización ya que no hace referencia al proceso cuasiestático del equilibrio mecánico de las fuerzas. De manera alternativa introduce el concepto de "fuerza necesaria para hundir el bote" (concepto 14 del mapa de la Figura 5) para enfocarse solamente en el último instante donde el bote tiene la carga máxima de perdigones, materializando quizá alguna experiencia perceptual previa.

Cabe señalar también que a través de la grabación de audio el alumno señala que el principio de Arquímedes sólo es aplicable cuando el bote está a punto de hundirse y no durante el proceso de carga de perdigones.

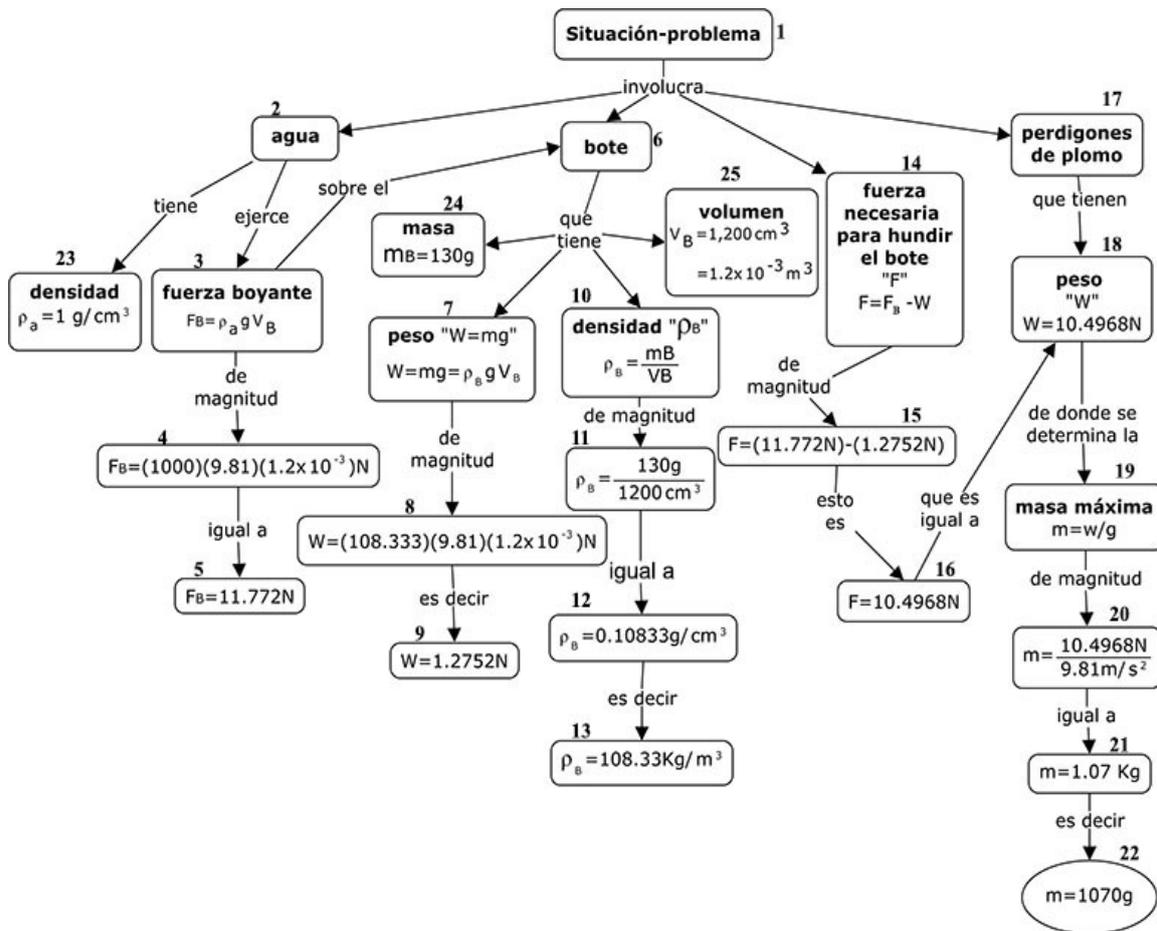


Figura 5.- El mapa conceptual híbrido cognitivo del alumno A.

*Caso B, solución parcialmente correcta.* En la Figura 6 se presenta la producción del alumno B. El alumno B realiza una representación pictórica del bote y de las fuerzas que actúan sobre éste. La solución de B considera tres desigualdades que involucran a la fuerza boyante representada mediante " $F_B$ " y al peso del bote con los perdigones expresado como " $W$ ".

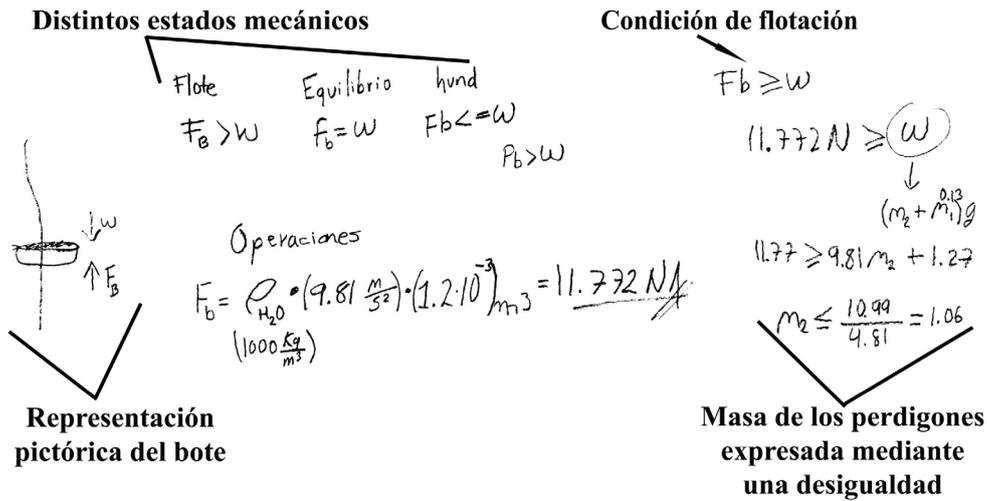


Figura 6.- Solución del estudiante B al problema de la flotación del bote.

En la Figura 7 se ilustra el mapa conceptual híbrido cognitivo de B. En la resolución del problema, el alumno B considera a los perdigones (2), al bote (3), al bote junto con los perdigones (4) y al agua (5). Posteriormente atribuye masa a los perdigones (2 y 17), masa y volumen al bote (3 y 6; 3 y 7). Aunque el alumno B no hace referencia a la noción de partícula, considera a los perdigones y al bote de manera conjunta a lo que atribuye un peso (4 y 8). En este sentido, los perdigones y el bote pueden experimentar hundimiento (13), equilibrio (14) o flotación (9). Posteriormente, tomando en cuenta el principio de Arquímedes, el alumno advierte que el agua ejerce una fuerza boyante  $F_B$  (5, 15 y 16), la cual tiene que ser mayor que el peso del bote y los perdigones para garantizar la flotación (9). Por último, a partir de la condición de flotación (9), el alumno estima la masa máxima de perdigones al realizar un tratamiento matemático de la desigualdad entre  $F_B$  y  $W$  (9, 10 y 11), obteniendo finalmente  $m_2 < 1060 g$  (12).

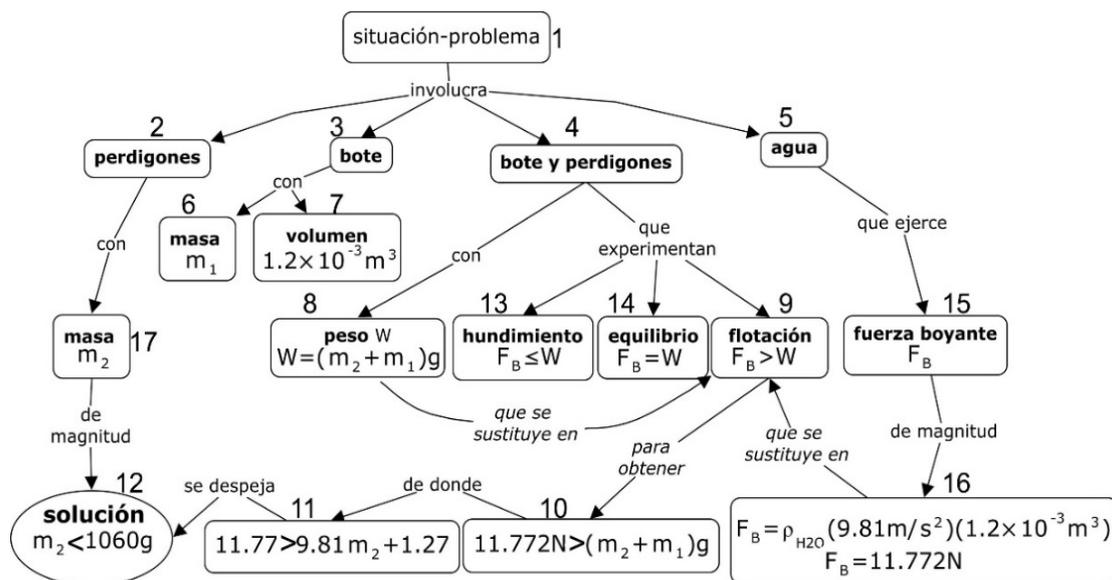


Figura 7.- El mapa conceptual híbrido cognitivo del alumno B.

La solución de B fue considerada parcialmente correcta en el sentido de que emplea correctamente el principio de Arquímedes (16) y estima la masa máxima de perdigones mediante una desigualdad (12). Sin embargo, la desigualdad (9) empleada para la resolución del problema no expresa una condición de equilibrio mecánico como fue señalada por el docente, más bien describe al bote y a los perdigones ascendiendo verticalmente. Cabe señalar que mediante las desigualdades (13) y (14) el estudiante sí considera el caso del equilibrio de fuerzas entre la fuerza boyante y el peso del bote-perdigones, sin embargo, el alumno no considerado viable algunas de estas desigualdades para resolver el problema.

La resolución del problema llevada a cabo por B difiere de la resolución del docente en cuanto a que no toma en cuenta conceptos como el de partícula, equilibrio mecánico, no se apoya en el concepto de marco de referencia y no realiza una representación esquemática de las fuerzas. El alumno no realiza un proceso de idealización al no interpretar al bote y los perdigones como una partícula y no realiza un proceso de significación de manera adecuada al interpretar el equilibrio mecánico de las fuerzas mediante una desigualdad entre la fuerza boyante y el peso (9). Tampoco realiza el proceso de esquematización en el sentido de que sólo dibuja al bote y a las fuerzas mediante flechas y no representa el marco de referencia que emplea para describir la flotación, y no realiza el proceso de materialización al no representar el proceso cuasiestático de equilibrio mecánico.

Caso C, solución incorrecta. El caso del alumno C corresponde a una solución incorrecta. La producción escrita de C, Figura 8, muestra que el alumno toma en cuenta el volumen  $V = 1200 \text{ cm}^3$  y la masa del bote 130 g para determinar el peso del bote  $W = 1.2753 \text{ N}$  y la fuerza boyante  $F_B = 11.77 \text{ N}$  máxima, respectivamente.

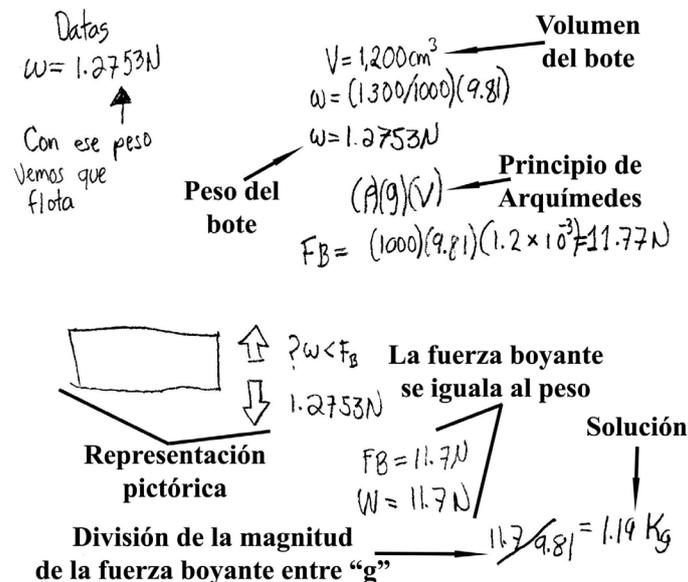


Figura 8.- Producción escrita del estudiante C.

Posteriormente el alumno se apoya en una representación pictórica del bote, Figura 8, y señala mediante flechas gruesas la participación de la

fuerza boyante y el peso del bote. Las flechas dibujadas por el alumno no son como las flechas que se emplean en los libros de texto o aquellas que empleó el docente para representar dichas fuerzas. El alumno argumentó que fue incapaz de establecer la condición de equilibrio de flotación del bote, por lo que sólo igualó la magnitud de la fuerza boyante máxima al peso del bote y los perdigones, y a partir de dicha relación trató de determinar la masa de los perdigones. Sin embargo, no tuvo éxito pues confundió la masa de los perdigones con la masa total del bote junto con los perdigones.

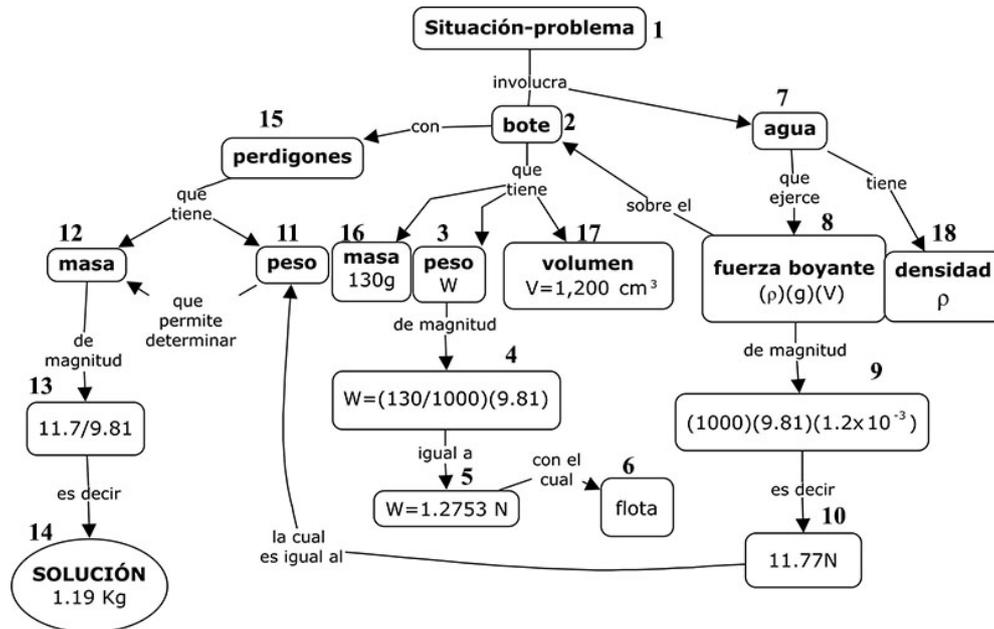


Figura 9.- El mapa conceptual híbrido cognitivo del alumno C.

En la Figura 9 se muestra el mapa conceptual híbrido cognitivo de C. Como se ha señalado, el alumno se apoya en los conceptos de agua (concepto 7), bote y perdigones (conceptos 2 y 15). El alumno atribuye una densidad (18) al agua, así mismo, atribuye masa (concepto 16) y volumen (17) al bote, y por otro lado, atribuye masa al sistema bote-perdigones (2, 15 y 12). A través del mapa conceptual híbrido se observa que se encuentran ausentes los conceptos de partícula, marco de referencia y de equilibrio mecánico.

El alumno no realizó el proceso de significación de manera adecuada, ya que confunde la masa total del bote y los perdigones con la masa de los perdigones. De igual manera, no realizó el proceso de materialización de forma adecuada ya que en ninguna etapa del proceso de resolución del problema representó el equilibrio mecánico de las fuerzas. El estudiante también se mostró incapaz de establecer una expresión matemática para el equilibrio de las fuerzas mediante la segunda ley de Newton.

El alumno C no realiza el proceso de idealización pues no interpretó al sistema bote-perdigones como una partícula y no consideró la masa total del sistema concentrada en dicho punto. De igual modo, no realizó el proceso de esquematización de manera adecuada, ya que no elaboró un

esquema del marco de referencia y las fuerzas representadas actuando sobre una partícula o punto. En cambio, elaboró una representación pictórica donde sólo muestra al bote como una caja y a las fuerzas, junto a dicha caja, como flechas "gruesas".

### **Análisis y discusión**

El mapa conceptual híbrido epistémico permite observar que mediante la resolución del problema realizada por los docentes los conceptos físico-matemáticos son organizados de manera sistemática e involucran a conceptos provenientes de la teoría newtoniana como el de marco de referencia, partícula o equilibrio mecánico, para apoyar la solución del problema. En general, los docentes siguen una estrategia distinta a la de los estudiantes.

Se encontró que, en la resolución del problema de hidrostática, la estrategia que siguen los alumnos es la de escribir datos, recordar las ecuaciones y sustituir los datos buscando mediante distintos cálculos la solución del problema. Cabe destacar que los estudiantes no tuvieron dificultades en la aplicación del principio de Arquímedes. Sin embargo, no desarrollaron una estrategia de solución adecuada.

Los estudiantes tomaron en cuenta su conocimiento previo, y dejaron a un lado el planteamiento de hipótesis, la reformulación del problema y la reflexión sobre el resultado, puesto que no se apoyaron en el referente teórico newtoniano. Esto último puede ser visto en los mapas conceptuales de las Figuras 4, 6 y 8 en los que se prescinde de una expresión matemática para el equilibrio.

Como se evidenció a través de los mapas conceptuales, la ausencia de algunos conceptos y sus relaciones a través de los vínculos proposicionales en la estructura cognitiva de los estudiantes dio como resultado un desempeño inadecuado. En general, los alumnos soslayaron conceptos y propiedades físico-matemáticos provenientes del marco de la mecánica newtoniana que les hubiesen resultado útiles para afrontar el problema, por ejemplo, los docentes se apoyaron en el concepto de sistema de referencia, ausente en la estructura cognitiva de los estudiantes, para describir un proceso cuasiestático de equilibrio mecánico, y por último, al integrar las condiciones específicas del problema a la condición de equilibrio los docentes fueron capaces de llegar a la solución correcta.

Por otra parte, los estudiantes resolvieron el problema tomando en cuenta principalmente su conocimiento previo y el conocimiento perceptual sobre la flotación y la acción de las fuerzas. Esto les llevó a dejar a un lado los referentes teóricos y los diversos supuestos, para transitar por la vía donde los datos, los cálculos numéricos y los aspectos particulares del problema tienen gran peso para llegar a la solución. Estos resultados son similares a los reportados por Mazzitelli, Maturano, Núñez y Pereira (2006) con estudiantes de secundaria, en el sentido de que a nivel procedimental los alumnos no anticipan resultados, no enuncian hipótesis, no contrastan sus resultados con el referente teórico y no emiten conclusiones. Los aspectos anteriores son de gran importancia debido a que tienen una influencia positiva en la resolución de los problemas tal y como los señalan algunas investigaciones donde se analiza el progreso en el desarrollo de

dichas competencias después de recibir instrucción (Cruz-Guzmán, García-Carmona y Criado, 2017; Rodríguez-Arteche, Martínez-Aznar y Garitagoitia, 2016).

En este sentido, al observar el mapa conceptual epistémico es importante destacar que la resolución del docente también consistía en el planteamiento de algunos supuestos. Por ejemplo, los docentes partieron de la idea de que los perdigones se pueden apilar en el centro del bote y que no se distribuyen aleatoriamente en su interior como sucedería en la realidad. Suponen además que el bote y los perdigones pueden ser modelados como una sola partícula sobre la cual actúa la fuerza de gravedad y la fuerza boyante. También señalan que el experimento consiste en un proceso cuasiestático donde las fuerzas presentes se mantienen en equilibrio hasta el instante en que el bote posee una carga máxima.

La resolución del problema llevada a cabo por los docentes sugiere la importancia de llevar a cabo ciertos procesos cognitivos como el de idealización, esquematización, materialización, tratamiento físico-matemático y significación. Estos procesos son importantes pues guían la resolución del problema y permiten interpretar la solución encontrada. Dichos procesos no fueron realizados de manera adecuada por los estudiantes investigados, y aunque llegaron al resultado numérico los significados que asociaron a las propiedades y a los argumentos justificativos no fueron del todo correctos.

### **Conclusiones**

Mediante la comparación entre los mapas conceptuales epistémicos y los mapas conceptuales cognitivos fue posible observar que: (1) los docentes emplean los conceptos de marco de referencia, equilibrio y partícula, los cuales no son tomados en cuenta por los estudiantes en la resolución del problema de flotación y (2) los docentes realizan los procesos de idealización, materialización, esquematización y significación, los cuales no son llevados a cabo por los estudiantes.

Mediante el proceso de idealización, los docentes modelan el sistema bote-perdigones como una partícula de masa variable sobre la cual actúa la fuerza de gravedad y la fuerza boyante, y mediante el proceso de materialización los docentes también hacen referencia a un proceso cuasiestático en el que la fuerza de empuje y el peso de los perdigones se cancelan mutuamente a lo largo del tiempo donde la masa de los perdigones cambia de cero hasta un valor máximo. Mediante el proceso de esquematización el concepto de marco de referencia es representado e incorporado al proceso de solución para describir el estado de equilibrio mecánico de dicha partícula. Mediante el proceso de significación los docentes interpretan el concepto de marco de referencia como un medio que les permite pasar de lo concreto a la descripción matemática abstracta al permitir establecer una expresión matemática que representa el equilibrio del bote.

Los aspectos anteriores nos llevan a reflexionar acerca de las estrategias de aprendizaje mediante la resolución de problemas. Dichas estrategias deberían motivar el planteamiento de ciertos supuestos, hipótesis, así como también la realización de los procesos antes mencionados que permitan

incorporar los conceptos de partícula, marco de referencia y equilibrio. Esto permitiría, por una parte, tomar en cuenta el referente teórico descriptivo e interpretativo de la mecánica newtoniana, y por otra parte, permitiría a los estudiantes prescindir de su conocimiento perceptual y promover un tratamiento matemático similar al realizado por los expertos docentes. La inclusión de estos elementos a la enseñanza mediante resolución de problemas podría favorecerse, por ejemplo, a través del trabajo con enunciados abiertos y sin la presencia de datos o de todas las condiciones existentes en un problema (Ramírez, Gil y Martínez-Torregrosa, 1994) o a través de una enseñanza indagativa para hacer frente a los problemas a través de etapas en la resolución de problemas (Kuo, Hallinen y Conlin, 2017; Pavón y Martínez-Aznar, 2014).

Por otro lado, en la literatura encontramos que el uso de los mapas conceptuales en la enseñanza de la física o las matemáticas es presentado frecuentemente como una herramienta de carácter declarativo o como una herramienta que permite organizar los contenidos y no como un apoyo para el aprendizaje mediante la resolución de problemas. Con base en lo anterior, consideramos que otra contribución relevante de este trabajo es la interpretación que se ha realizado de los mapas conceptuales, concretamente de los mapas conceptuales híbridos, desde la perspectiva del EOS. Dicha interpretación nos permitió describir una metodología para representar de manera gráfica la resolución de problemas de la física escolar llevada a cabo por los estudiantes. La metodología toma en cuenta a los diversos objetos físico-matemáticos (lenguaje, conceptos, propiedades, argumentos y procedimiento) y procesos (idealización, significación, esquematización, entre otros) señalados por el EOS y los representa mediante un mapa conceptual híbrido.

Esta nueva mirada muestra al mapa conceptual como un instrumento de gran valor para el aprendizaje de la física y las matemáticas a través de la resolución de problemas. De esta manera, los mapas conceptuales además de representar la estructura cognoscitiva de los sujetos, tal y como fueron empleados en el presente trabajo, también podrían ser empleados para medir los aprendizajes, en el diseño de estrategias de instrucción y de contenidos curriculares para favorecer una construcción adecuada de los conocimientos de la física o las matemáticas, para negociar significados entre el docente y los alumnos, como ayuda para aprender a aprender, para la comprensión de los textos que describen las situaciones-problema, entre otras aplicaciones.

Cabe señalar que este trabajo presenta una forma de abordar la técnica del mapa conceptual desde la mirada del EOS. Se ha evitado la suplantación del sustento teórico, es decir, no se han confrontado los supuestos teóricos de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (Coll, 1988) con respecto a los elementos teóricos del EOS. Esto último es debido a la diversidad y amplitud de las aplicaciones del mapa conceptual que van más allá de estas dos formas de abordar el problema del aprendizaje de la física escolar.

## Agradecimientos

Se agradece al Programa para el Desarrollo Profesional Docente en Educación Superior (PRODEP) por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo. El autor 1 también agradece al cuerpo académico Cultura y Educación: Devenir y Actualidad, del Instituto de Investigación Educativa del ICE-UAEM por el apoyo otorgado a lo largo de la estancia posdoctoral 2015-2016.

## Referencias bibliográficas

Aguilar, T. M. F. (2006). El mapa conceptual una herramienta para aprender y enseñar. *Revista de Plasticidad y restauración neurológica*, 5(1), 7-17.

Aguilar, T. M. F. (2015). Tutoría universitaria con soporte del bolígrafo digital: análisis de una experiencia. *Revista electrónica de investigación educativa*, 17(1), 130-145.

Badillo, J. E., Font, M. V., y Azcárate, C. (2005). Conflictos semióticos relacionados con el uso de la notación incremental y diferencial en libros de física y de matemáticas del bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, núm. extra VII Congreso, 1-6.

Barral, F. M. (1990). ¿Cómo flotan los cuerpos que flotan? Concepciones de los estudiantes. *Enseñanza de las Ciencias*, 8(3), 244-250.

Becerra-Labra, C., Gras-Martí, A., y Martínez-Torregrosa, J. (2011). Effects of a Problem-based Structure of Physics Contents on Conceptual Learning and the Ability to Solve Problems. *International Journal of Science Education*, 34(8), 1235-1253.

Cañas, J. A., Ford, M. K., Coffey, J., Reichherzer, T., Carff, R., Shamma, D., Hill, G., ... Bready, M. (2000). Herramientas para construir y compartir modelos de conocimiento basados en mapas conceptuales. *Revista de informática educativa*, 13(2), 145-158.

Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo. *Infancia y aprendizaje*, 11(41), 131-142.

Cruz-Guzmán, M., García-Carmona, A., y Criado, A. M. (2017). An analysis of the questions proposed by elementary pre-service teachers when designing experimental activities as inquiry. *International Journal of Science Education*, 39(13), 1755-1774.

Font, V., Godino, J. D., y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 2 -7.

García, C. B., y Jiménez, V. S. (1996). Redes semánticas de los conceptos de presión y flotación en estudiantes de bachillerato. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 343-361.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, M. V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

González, G. F. M. (1992). Los mapas conceptuales de JD Novak como instrumentos para la investigación en didáctica de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 10(2), 148-158.

Hsu, L., Brewe, E., Foster, T. M., y Harper, K. A. (2004). Resource Letter RPS-1: Research in problem solving. *American Journal of Physics*, 72(9), 1147-1156.

Kuo, E., Hallinen, N. R., y Conlin, L. D. (2017). When procedures discourage insight: epistemological consequences of prompting novice physics students to construct force diagrams. *International Journal of Science Education*, 39(7), 814-839.

Loverude, M., Kautz, C., y Heron, P. (2003). Helping students develop an understanding of Archimedes' principle. I. Research on student understanding. *American Journal of Physics*, 71(11), 1178-1187.

Mazzitelli, C., Maturano, C., Núñez, G., y Pereira, R. (2006). Identificación de dificultades conceptuales y procedimentales de alumnos y docentes de EGB sobre la flotación de los cuerpos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 3(1), 33-50.

Melo, N. V. L., Sánchez, R., Cañada, F., y Martínez, G. (2016). Dificultades del Aprendizaje sobre el principio de Arquímedes en el contexto de la Flotación. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 38(4). Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0077>.

Moreno, M. N., Font, M. V., y Ramírez, M. J. (2016). La importancia de los diagramas en la resolución de problemas de cuerpos deformables en mecánica: el caso de la fuerza de fricción. *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, 24(1), 158-172.

Moreno, M. N. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en Cálculo diferencial. *Investigación en la escuela*, 92, 60-75.

Pavón, M. F., y Martínez-Aznar, M. M. (2014). La metodología de resolución de problemas como investigación (MRPI): una propuesta indagativa para desarrollar la competencia científica en alumnos que cursan un programa de diversificación. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(3), 469-492.

Ramírez, J. L., Gil, D., y Martínez-Torregrosa, J. (1994). *La resolución de problemas de física y química como investigación*. Madrid: MEC.

Resnick, R., Halliday, D., y Krane, K. (1999). *Física Ed. 3 vol. 1*, México: Compañía Editorial Continental, S.A. de C.V.

Rodríguez-Arteche, I., Martínez-Aznar, M. M., y Garitagoitia, C. M. A. (2016). La competencia sobre planificación de investigaciones en 4º de ESO: un estudio de caso. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 329-351.

Rojas, G. P. J. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 151-165.

Şebnem K. İ. (2009). Analysing Concept Maps as an Assessment Tool in Teaching Physics and Comparison with the Achievement Tests. *International Journal of Science Education*, 31(14), 1897-1915.

Slisko, J., y García, M. A. (2010). Un frasco flota en el agua y se hunde en el aceite: ¿cómo los alumnos de bachillerato explican tales hechos y qué predicen para una situación más compleja? *Latin-American Journal of Physics Education*, 4(2), 408-414.